



TITLE:

NeuronのAction Potentialに関する Zeeman方程式について (神経系と 数学的モデル)

AUTHOR(S):

田尾, 鶯三

CITATION:

田尾, 鶯三. NeuronのAction Potentialに関するZeeman方程式について
(神経系と数学的モデル). 数理解析研究所講究録 1973, 181: 64-67

ISSUE DATE:

1973-07

URL:

<http://hdl.handle.net/2433/107147>

RIGHT:

Neuron の action potential に関する Zeeman 方程式について。

大阪市立大学 理学部

田尾 嘉三

これまで微分方程式をもちいて現象を解析する過程は、次の順序をとるのが常とした。

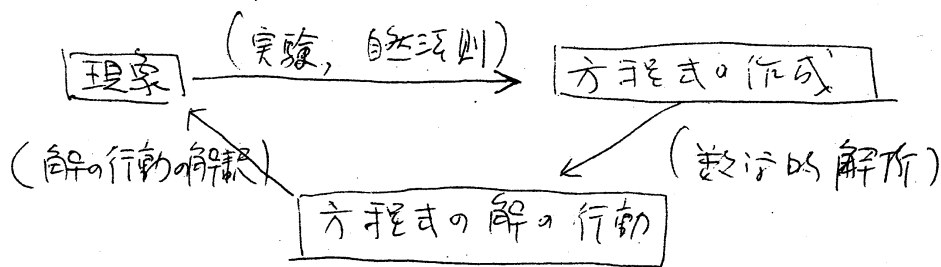
1° 現象において基本的な要因と思われける変量と変数に之らぶ。

2° 変量間の物理的、化学的、其の他自然科学的法則あるいは実験より、変量内に成立する関係式、すなわち微分方程式をつくる。

3° 作らした微分方程式を数学的に解析する。

4° その解の行動より現象を解析する。

図式で示せば、



上の図式を逆にたどることは出来ないであらうか？

すなわち、現象より解の行動を推測されるとき、その解の行動より、解がそのような行動とする微分方程式を作成し、微分方程式にあらわされる変数内の関係と解が明かな自然法則

を発見すること、また変数に対応する基本的要因を見つけ出すこと。さらに又その存在を実験の指針にすることは不可能であらうか？

公理的思考方法は近代数学の一つの基本的思考方法であり、応用数学にあらわされる微分方程式には、*ad hoc* 的な構成的方法が「いかにも多」い。その中において解の行動に公理的な理想を与えて、公理を満足する方程式を分類することを実行することは極めて意義深いと思われる。

そのためには、方程式の解の行動から方程式を分類する数学的理論が可成り発展していきることが必要であらう。近年の力学系の位相的研究、とくにその中でも前衛的な R. Thom による "catastrophe の理論" はこのような方向への一歩前進を約束する。

Neuron の action potential に関する微分方程式は Hodgkin - Huxley の微分方程式が有名。それは現象から実験的、自然科学的法則より作られた、その意味において、古典的な構成的方程式である。

とすると action potential の行動は極めて明白であると思われる。

1° 静止 (平衡) 状態

2° 行動への開通の存在

3° 急激な行動

4° 3°と比較して、ゆっくりと平衡状態への復帰、

3 = 2, 1° — 4° を合理的として、その解がそのような行動を示す方程式を全て探すことができるか？

R. Thom の理論によると、“位相的に同値”な分類に
微分方程式の

おいて、そのような方程式は、次に示す方程式に本質的に同値である。

$$\begin{cases} \varepsilon \dot{x} = -(x^3 + ax + b) & (\varepsilon > 0) \\ \dot{a} = -2a - 2x \\ \dot{b} = -a - 1 \end{cases}$$

この基本的な型から実験に合うような式 ε (同値類の中から) つかうには、やはり ad hoc 的な修正をほどこすことが必要である。第1式は基本的であるので、第2, 第3式を修正して、E.C. Zeeman は次の方程式を得た。

$$\dot{x} = -1.25 (x^3 + ax + b)$$

$$\dot{a} = \{x + 0.06(a + 0.5)\} \{x - 1.5a - 1.67\} \{0.054(b - 0.8)^2 + 0.75\}$$

$$\dot{b} = -2.38[a + 0.5]_+ (b + 1.4) - (4[x + 0.5]_-)^2 (b - 4.95) - 0.15(b - 0.15)$$

$$= \text{ i.e. } [y]_+ = \begin{cases} y & y \geq 0 \\ 0 & y < 0 \end{cases}, \quad [y]_- = \begin{cases} 0 & y \geq 0 \\ y & y < 0 \end{cases}$$

とある。

文献

E.C. Zeeman: Differential equations for heartbeats
and nerve impulse,
Towards a theoretical biology, 4,
(Ed. C.H. Waddington, E.U.P. 1972)